

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2018-2019

Prova scritta in aula del 25.06.2019

Parte I - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

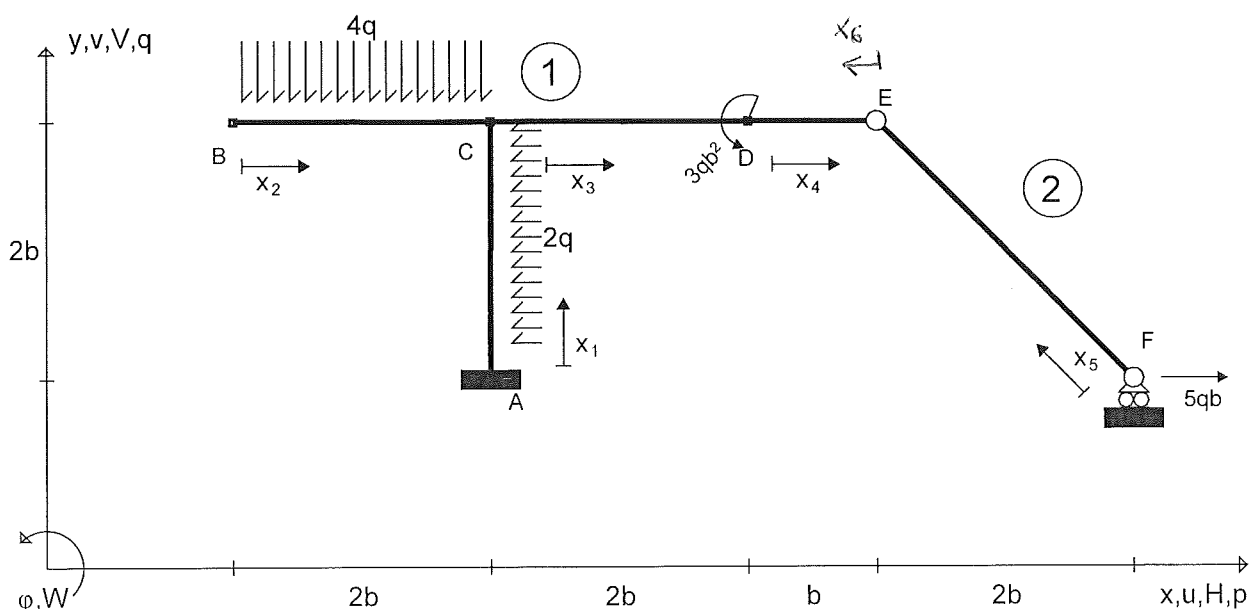
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 25.06.19*001



Eq. ausiliario: $M_{Z(E)}^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare H_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento del punto C , v_C .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

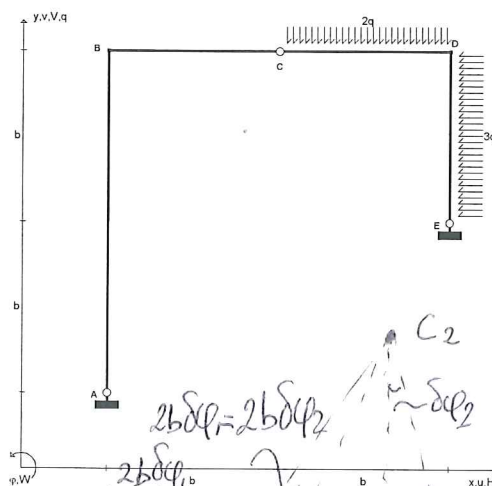
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste* AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D , u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC_SdA 25.06.19*003



$$C_2 \in r_2$$

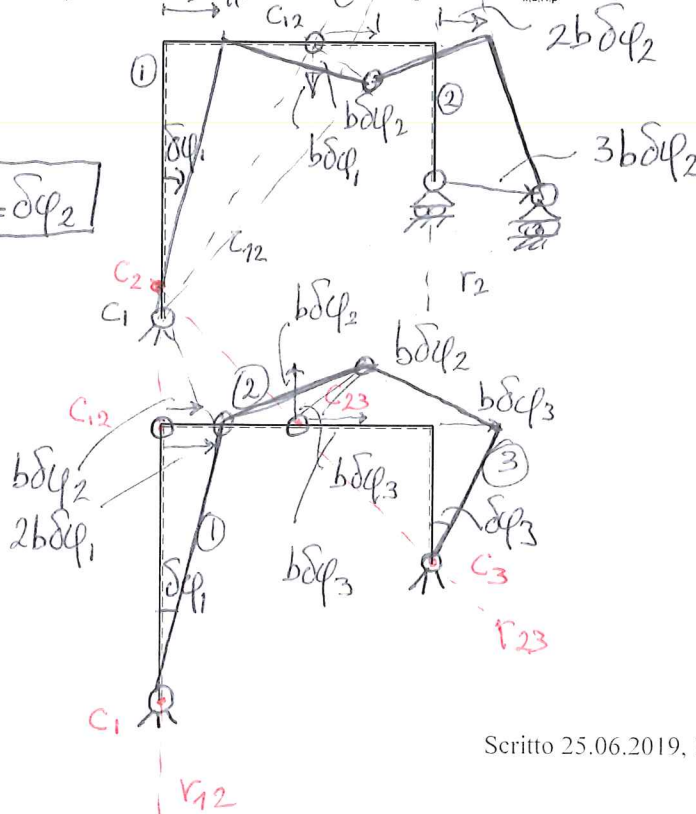
$$C_2 \Leftrightarrow C_{12} \Leftrightarrow C_1 \Rightarrow C_2 \in r_{12}$$

$$b\delta\varphi_1 = b\delta\varphi_2 \Rightarrow \boxed{\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2}$$

$$\begin{cases} C_1 \Leftrightarrow C_{12} \Leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{12} \\ C_3 \Leftrightarrow C_{23} \Leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{23} \end{cases}$$

$$2b\delta\varphi_1 = b\delta\varphi_2 \Rightarrow \boxed{\delta\varphi_2 = 2\delta\varphi_1}$$

$$b\delta\varphi_3 = b\delta\varphi_2 \Rightarrow \boxed{\delta\varphi_3 = \delta\varphi_2}$$



$$H_E(\Rightarrow) = \dots \frac{13}{6} q b \dots; C_1 = (\dots 0 \dots, \dots 0 \dots); C_2 = (\dots 2b \dots, \dots 4b \dots); C_{12} = (\dots b \dots, \dots 2b \dots);$$

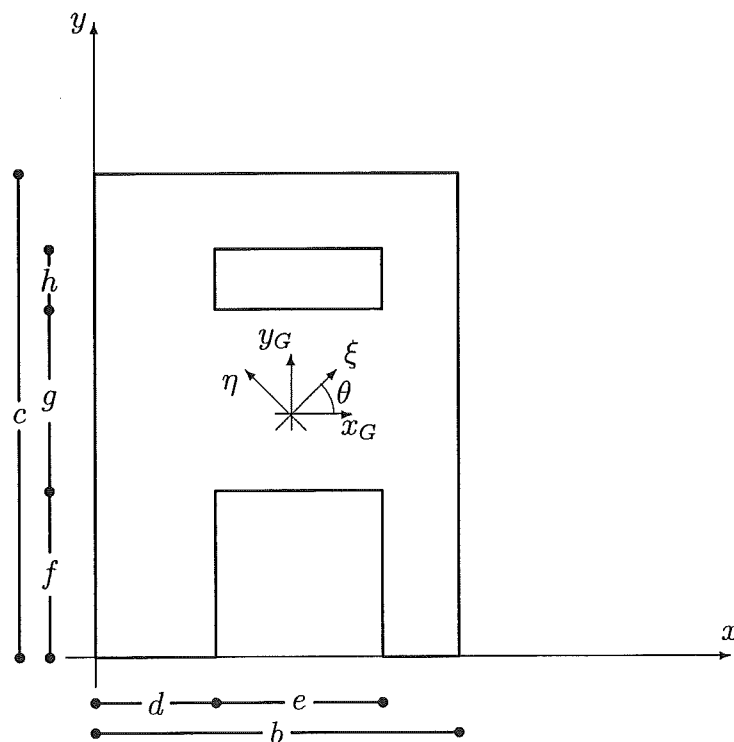
$$u_B = \dots 2b \delta \varphi_1 \dots; v_C = \dots -b \delta \varphi_1 = -b \delta \varphi_2 \dots$$

$$M_B(\curvearrowright) = \dots -\frac{5}{3} q b^2 \dots; v_C = \dots b \delta \varphi_2 = b \delta \varphi_3 \dots; u_D = \dots b \delta \varphi_3 \dots;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 4a$; $d = 2a$; $e = a$; $f = a$; $g = 2a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



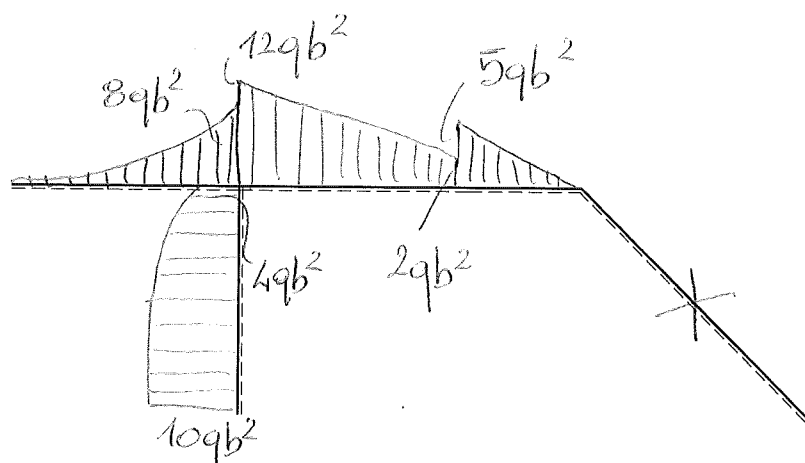
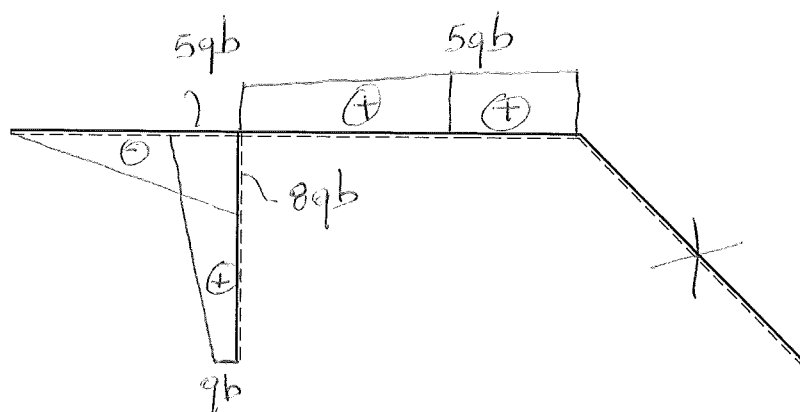
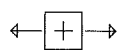
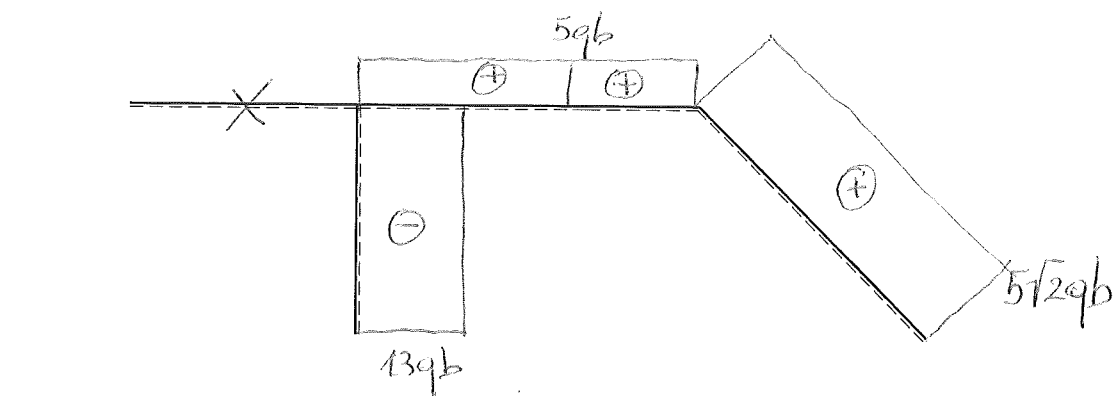
$$S_x = \dots \frac{20}{3} a^3 \dots; S_y = \dots 13 a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots \frac{13}{10} a = 1.30000 a \dots; y_G = \dots 2a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots \frac{34}{3} a^4 = 11.33333 a^4 \dots; J_{yG} = \dots \frac{193}{30} a^4 = 6.43333 a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \dots (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots \frac{34}{3} a^4 = 11.33333 a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots \frac{193}{30} a^4 = 6.43333 a^4 \dots;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= -qb; & V_A (\uparrow) &= 13qb; & M_A (\curvearrowright) &= 10qb^2; & V_F (\uparrow) &= -5qb; \\
 N_{AC} &= -13qb; & T_{AC} &= qb + 2qx_1; & M_{AC} &= -10qb^2 + qbx_1 + qx_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= -4qx_2; & M_{BC} &= -2qx_2^2; \\
 N_{CD} &= 5qb; & T_{CD} &= 5qb; & M_{CD} &= -12qb^2 + 5qbx_3; \\
 N_{DE} &= 5qb; & T_{DE} &= 5qb; & M_{DE} &= \begin{cases} -5qb^2 + 5qbx_4 \\ -5qb^2 + 5qbx_4 \end{cases}; \\
 N_{FE} &= 5\sqrt{2}qb; & T_{FE} &= 0; & M_{FE} &= 0;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2018-2019

Prova scritta in aula del 25.06.2019

Parte I - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

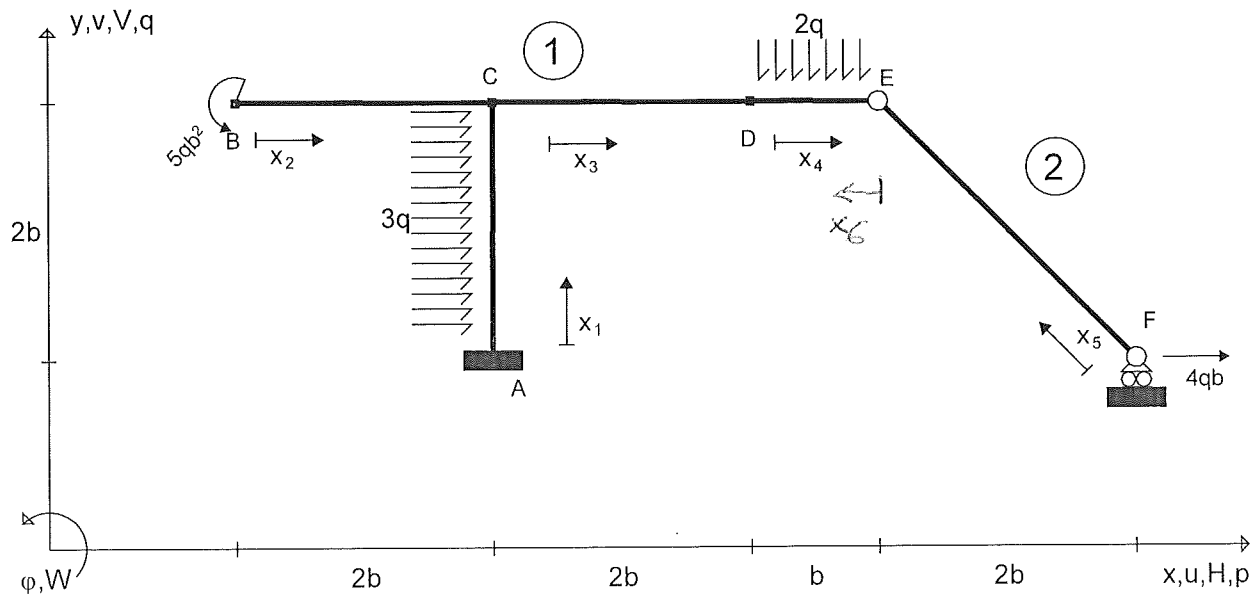
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 25.06.19*002



eq. ausiliario: $M_{Z(E)}^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare H_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

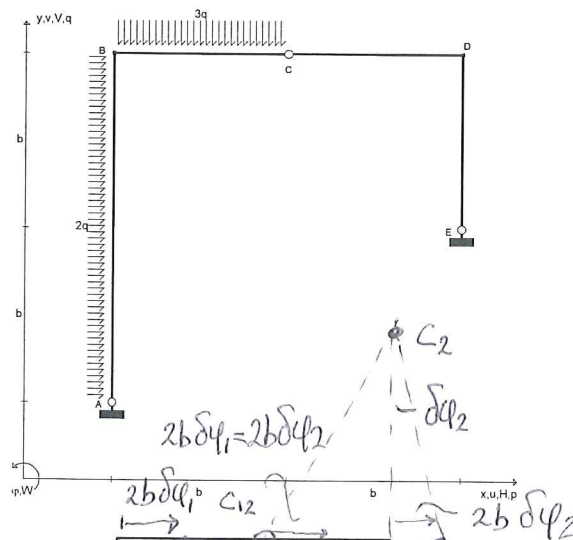
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D , u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC_SdA 25.06.19'004



$$\begin{cases} C_1 \in r_2 \\ C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{12} \end{cases}$$

$$b \delta \phi_1 = b \delta \phi_2 \Rightarrow \boxed{\delta \phi_1 = \delta \phi_2}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{12} \\ C_3 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{23} \end{cases}$$

$$2b \delta \phi_1 = b \delta \phi_2 \Rightarrow \boxed{\delta \phi_2 = 2 \delta \phi_1}$$

$$b \delta \phi_3 = b \delta \phi_2 \Rightarrow \boxed{\delta \phi_3 = \delta \phi_2}$$

$$H_E(\Rightarrow) = \dots\dots\dots -11/6 \cdot q \cdot b \dots\dots\dots; C_1 = (\dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots, \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots); C_2 = (\dots\dots\dots 2b \dots\dots\dots, \dots\dots\dots 4b \dots\dots\dots); C_{12} = (\dots\dots\dots b \dots\dots\dots, \dots\dots\dots 2b \dots\dots\dots);$$

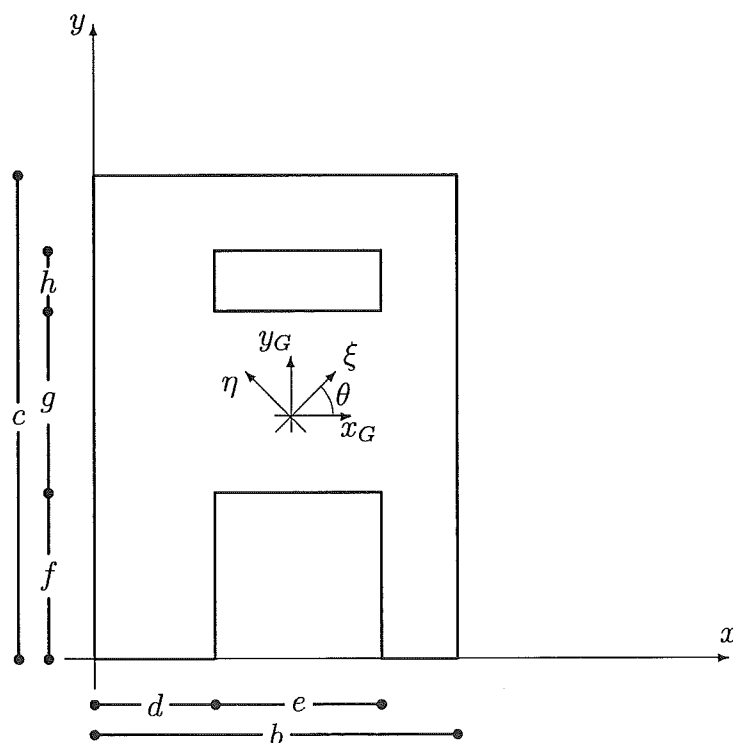
$$u_B = \dots\dots\dots 2b \delta \varphi_1 \dots\dots\dots; v_C = \dots\dots\dots -b \delta \varphi_1 = -b \delta \varphi_2$$

$$M_B(\curvearrowright) = \dots\dots\dots +1/3 \cdot q \cdot b^2 \dots\dots\dots; v_C = \dots\dots\dots +b \delta \varphi_1 = +b \delta \varphi_2 \dots\dots\dots; u_D = \dots\dots\dots +b \delta \varphi_3 \dots\dots\dots;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 3a$; $d = a$; $e = a$; $f = 2a$; $g = a$; $h = 0$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



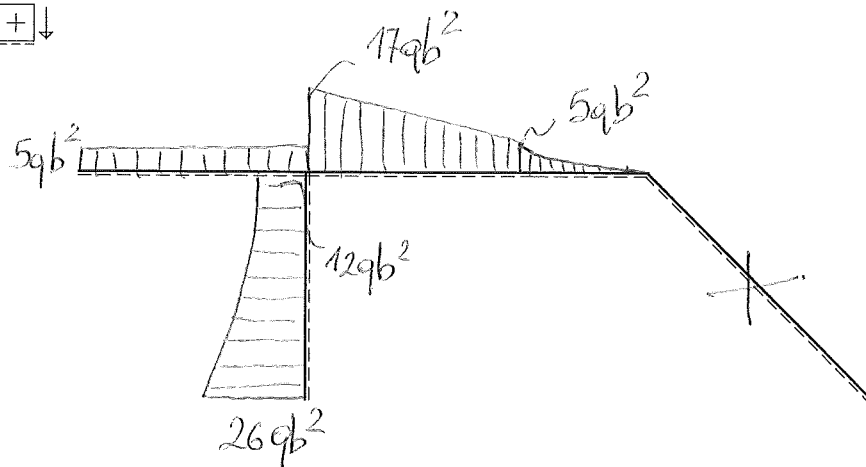
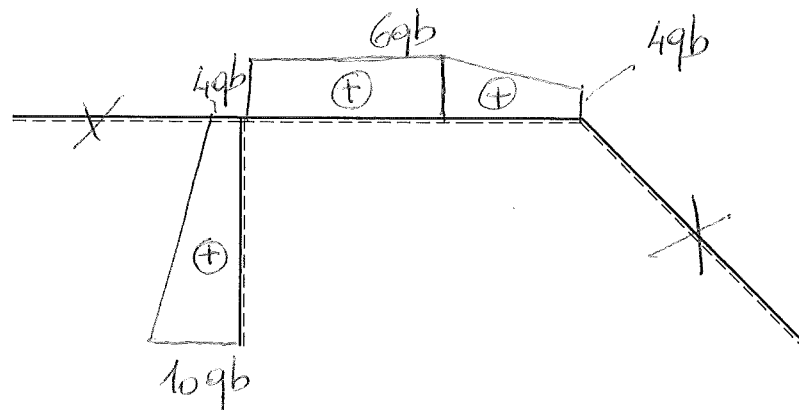
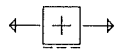
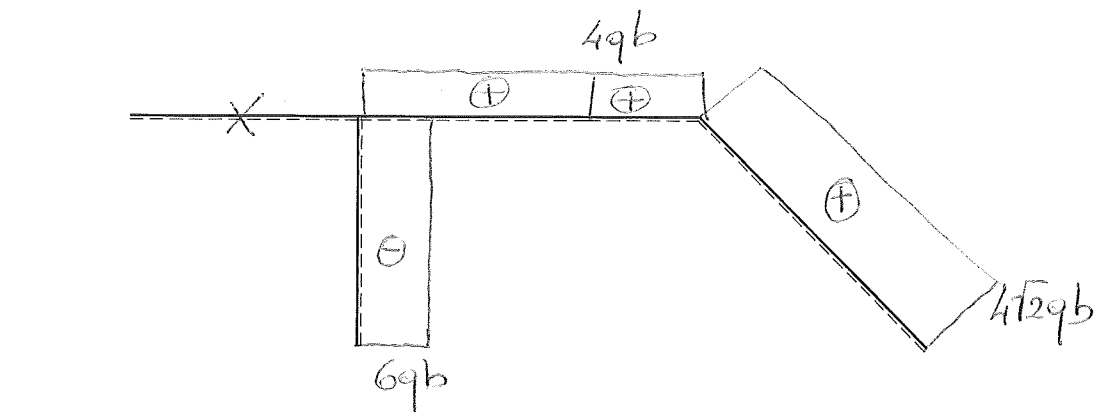
$$S_x = \dots\dots\dots \frac{23}{2} a^3 = 11,50000 a^3 \dots\dots\dots; S_y = \dots\dots\dots \frac{21}{2} a^3 = 10,50000 a^3 \dots\dots\dots;$$

$$x_G = \dots\dots\dots \frac{3}{2} a = 1,50000 a \dots\dots\dots; y_G = \dots\dots\dots \frac{23}{14} a = 1,64286 a \dots\dots\dots;$$

$$J_{xG} = \dots\dots\dots \frac{457}{84} a^4 = 5,44048 a^4 \dots\dots\dots; J_{yG} = \dots\dots\dots \frac{79}{12} a^4 = 6,58333 a^4 \dots\dots\dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots; \tan 2\theta = \dots\dots\dots 0 \quad (\theta = \frac{\pi}{2} = 90^\circ) \dots\dots\dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots\dots\dots \frac{79}{12} a^4 = 6,58333 a^4 \dots\dots\dots; J_\eta = J_{\min} = \dots\dots\dots \frac{457}{84} a^4 = 5,44048 a^4 \dots\dots\dots;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= -10qb; & V_A (\uparrow) &= 6qb; & M_A (\curvearrowright) &= 26qb^2; & V_F (\uparrow) &= -4qb; \\
 N_{AC} &= -6qb; & T_{AC} &= 10qb - 3qx_1; & M_{AC} &= -26qb^2 + 10qb x_1 - \frac{3}{2} q x_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= 0; & M_{BC} &= -5qb^2; \\
 N_{CD} &= 4qb; & T_{CD} &= 6qb; & M_{CD} &= -17qb^2 + 6qb x_3; \\
 N_{DE} &= 4qb; & T_{DE} &= \begin{cases} 6qb - 2qx_4 \\ 4qb + 2qx_6 \end{cases}; & M_{DE} &= \begin{cases} -5qb^2 + 6qb x_4 - qx_4^2 \\ -4qb x_6 - qx_6^2 \end{cases}; \\
 N_{FE} &= 4\sqrt{2}qb; & T_{FE} &= 0; & M_{FE} &= 0;
 \end{aligned}$$